

Systemes lineaires

1

Exercice 1. Pivot de Gauss

Résoudre le système suivant par la méthode du pivot de Gauss:

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 3y - 2z = 6 \\ x + 3y - 6z = 1 \end{cases}$$

Exercice 2. Pivot de Gauss avec un paramètre

Résoudre le système suivant par la méthode du pivot de Gauss, discuter le résultat en fonction de la valeur du paramètre m :

$$\begin{cases} 3x + y - z = 1 \\ x - 2y + 2z = m \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

2

Exercice 3. Pivot de Gauss:

Résoudre le système suivant par la méthode du pivot de Gauss:

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y = 0 \\ x + 4y + z = 0 \end{cases}$$

Exercice 4. Pivot de Gauss sur un système non linéaire

Résoudre le système suivant par la méthode du pivot de Gauss:

$$\begin{cases} x^3 y^2 z^6 = 1 \\ x^4 y^5 z^{12} = 2 \\ x^2 y^2 z^5 = 3 \end{cases}$$

3

Exercice 5. Pivot de Gauss:

Résoudre le système suivant par la méthode du pivot de Gauss:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ x - y - z = 1 \\ x + z = 3 \end{cases}$$

Exercice 6. Pivot de Gauss avec un paramètre:

Résoudre le système suivant par la méthode du pivot de Gauss en fonction du paramètre a

$$\begin{cases} ax + y & = 2 \\ (a^2 + 1)x + 2ay & = 1 \end{cases}$$

4

Exercice 7. Problème comme à l'école primaire.

En allant faire ses courses au marché bio de Grenoble lundi, Amélie paye 15€ pour 4 pommes, 3 poires et 2 choux. Le lendemain elle paye 8€ pour 2 pommes, 2 poires et 1 chou, le mercredi finalement elle paye 6€ pour une pomme, une poire et un chou. Quel est le prix d'un chou ? d'une pomme ? d'une poire ?

Solution.

1. $(1, 2, 1)$

2. solutions ssi $m = -2$ alors $S = \{(0, y, y - 1), y \in \mathbb{R}\}$

3. $(0, 0, 0)$ évident mais il faut montrer qu'elle est unique

4. $x = 2^{-2}3^6, y = 2^{-3}3^{12}, z = 2^23^{-7}$

5. $(3, 2, 0)$

6. pas de solutions si $a = \pm 1$, sinon $\left(\frac{4a-1}{a^2-1}, \frac{-2a^2+a-2}{a^2-1}\right)$

7. pomme = 1, poire = 1, choux = 1